

¹Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург

²Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург

³Уральская компьютерная школа имени академика Н.Н.Красовского, г. Екатеринбург

РЕДУКЦИОННЫЙ ПЕРЕХОД И ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ В МОДЕЛЯХ, УЧИТЫВАЮЩИХ РЕСУРСНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Ключевые слова: население Земли, динамика роста, феноменологические модели, ресурсные ограничения, редукционный переход, прогноз численности населения.

Обсуждаются особенности эволюции численности населения Земли. Делается вывод о редукционном переходе, который проявляется в изменении динамической модели, учитывающей ресурсные ограничения. Дается прогноз численности населения. Проводится обсуждение результатов.

M.P. Kashchenko, N.M. Kashchenko

REDUCTION TRANSITION AND FORECAST OF DYNAMICS OF THE EARTH'S POPULATION NUMBER IN MODELS CONSIDERING RESOURCE CONSTRAINTS

Key words: population of the Earth, dynamics of growth, phenomenological models, resource constraints, reduction transition, population forecast.

The features of the evolution of the Earth's population number are discussed. A conclusion is drawn on the reduction transition which manifests itself in a change of the dynamic model that takes into account resource constraints. The population forecast is given. Discussion of results is in progress.

1. Введение

В предыдущих работах (М.П. Кащенко, Н.М. Кащенко, 2017а,б) при сравнительном анализе феноменологического описания динамики численности населения Земли $N(t)$ в простых двухпараметрических моделях было показано, что предложенная ресурснозависимая модель для скорости роста

$$\frac{dN}{dt} = \delta N^2 \left[1 - \frac{N}{K}\right]^2, \quad \delta > 0, \quad K = N_{max}, \quad (1)$$

с относительно небольшой погрешностью описывает наблюдавшиеся значения $N(t)$ от середины 1969 г. вплоть до 2017 г. Выбор значений параметров δ и K осуществлялся на основе данных для относительной скорости роста

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \delta \left[1 - \frac{N}{K}\right]^2, \quad (2)$$

приведенных на сайте (http://countrysimeters.info/ru/World#historical_population).

Из двух наблюдающихся максимумов (см. рис.1) в качестве основного для калибровки параметров был выбран максимум, дата которого $t_{01} \approx 1968,5$ г. использовалась в качестве начала отсчета интервалов времени Δt (в годах).

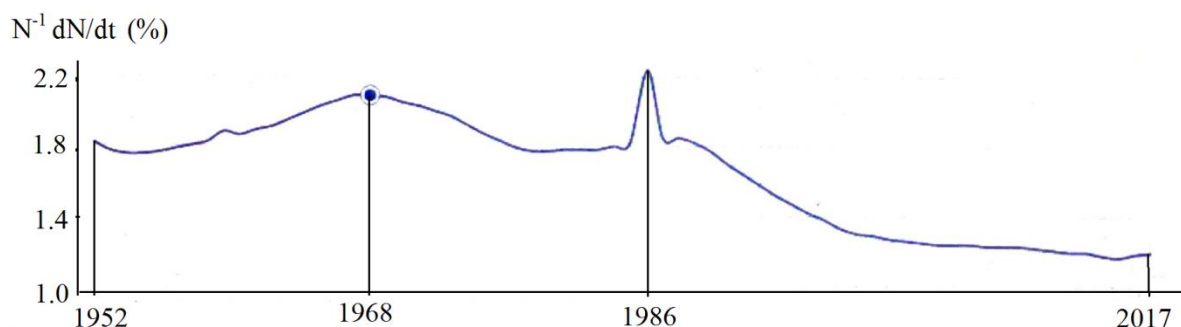


Рис.1. Данные об относительной скорости роста населения Земли (вертикальные линии нанесены авторами).

Поскольку максимуму функции (2) соответствует значение $N(t_{01}) = K/3$, то по известной величине $N(t_{01}) \approx 3,521686$ млрд. определялась предельная численность

$$K \approx 10,565058 \text{ млрд.} \quad (3)$$

и, соответственно, безразмерный параметр $\delta K \approx 0,141075$.

Как отмечалось ранее (М.П. Кащенко, Н.М. Кащенко, 2017б), при периодической корректировке параметров модели можно обеспечить точность прогнозирования численности населения на уровне 1 %. Ясно, однако, что подобная точность предполагает использование аналитической модели, адекватно отражающей состояние описываемой системы. В связи с этим полезно сравнить динамику для рассчитанной относительной скорости роста $\left. \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right|_c$ с наблюдавшимися значениями $\left. \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right|_r$. В табл. 1 приведены соответствующие значения. В точке t_{01} расчетное значение выбиралось равным наблюдаемой величине 2,09 %. Данные (1,82-1,85 %) в третьей колонке относятся к пологому основанию узкого пика, наблюдаемого в 1986 г. (см. рис.1), с которыми и следует сравнивать расчет.

Таблица 1

Расчетные (согласно модели (1)) и наблюдаемые значения относительной скорости роста

t (годы)	1968,5	1986	2000	2004	2008	2012	2015	2017
$\left. \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right _r$ (%)	2,09	2,24 (1,82-1,85)	1,29	1,24	1,23	1,20	1,17	1,20
$\left. \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right _c$ (%)	2,09	1,88	1,41	1,27	1,13	0,99	0,90	0,85

Показательно, что расчетные данные, монотонно снижаясь от значений, превышающих наблюдаемые, перешли к значениям, заметно меньшим наблюдаемых в 2017 году. Очевидно, что по этой причине и численность населения к началу 2018 г. превысит расчетную приблизительно на 20 млн. Хотя в процентном отношении (0,26%) отклонение незначительно, существенной представляется сама тенденция.

Разумеется, элементарная возможность согласования состоит в увеличении параметров K и δK в рамках модели (1). Однако цель данной работы - обсудить варианты, связанные с редукцией модели (1), и предложить прогнозы эволюции численности

населения в рамках редуцированных моделей для последующего отбора наилучшего варианта.

2. Редукция модели для скорости роста численности населения

Уместно напомнить, что в предыдущей работе (М.П. Кащенко, Н.М. Кащенко, 2017a) модель (1) была связана с биологическим вариантом полового размножения. Причем для выяснения структуры параметра δ в рамках модели сфер общения (СО) был осуществлен переход от одной пары разнополых партнеров к их макроскопическому количеству. В результате, оказалось, что параметр δ представляется в виде

$$\delta \approx \frac{\lambda}{N_S n_S} \approx \frac{\lambda}{N}, \quad (4)$$

где λ сводится к произведению двух базовых параметров и от N не зависит, N_S – численность одной СО (относительно небольшая величина), а n_S – количество СО (большая величина). Поэтому редукция формул (1) и (2) к вариантам

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N \left[1 - \frac{N}{K}\right]^2, \quad \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = \lambda \left[1 - \frac{N}{K}\right]^2 \quad (5)$$

вполне ожидаема. Удобно перейти к отношению $\alpha(t) = N(t)/K$. Тогда формулы (5) принимают вид:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \lambda \alpha [1 - \alpha]^2, \quad \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \lambda [1 - \alpha]^2. \quad (6)$$

В пользу редукции модели свидетельствует и возможность согласования различий между расчетными и наблюдаемыми относительными скоростями роста. Действительно, согласно данным табл.1, для 2017 г. соответственно имеем 0,85% и 1,2%. Но эти величины прекрасно согласуются при делении 0,85 % на значение $\alpha = 0,708611$ (которому соответствует расчетная величина 0,85 % в исходной модели (1)), как и должно быть в случае редукционного перехода.

Наличие немонотонного участка между двумя максимумами графика на рис.1, по-видимому, и отражает переходный процесс. Детализация этого процесса представляет отдельное интересное исследование. На наш взгляд, перспективным является использование модели сфер общения, ведущей к суперпозиции относительных скоростей роста величин N_S и n_S , темпы изменения которых, как и позиции экстремумов на шкале времени, не обязаны совпадать. Для прогнозирования численности населения подобный анализ, на первый взгляд (мы еще затронем этот вопрос при обсуждении результатов), особой роли не играет. Поэтому далее считается, что редукция произошла, в пользу чего свидетельствует и выход относительной скорости роста на пологий участок с медленным убыванием значений от уровня $\approx 1,24\%$.

Калибровку параметров редуцированной модели проведем, используя значения (3) для K и ожидаемые к началу 2018 г. (согласно данным на сайте http://countrymeters.info/ru/World#historical_population) величины $N = 7,57695$ млрд. и относительной скорости роста 1,2 %. Соответственно, в качестве новой точки отсчета принимаем $t_{02} = 2018$ г. (отсчет от начала года). Тогда, начальное значение $\alpha_{02} \approx 0,71717069$ и $\lambda \approx 0,15001422$ (1/год). В табл. 2 приводятся расчеты, позволяющие сопоставить прогнозы нередуцированной и редуцированной моделей. Прокомментируем кратко данные табл. 2.

1. В процентном отношении данные прогнозов для одной и той же временной отметки отличаются в пределах 2,5 %. Например, при достижении рубежа 8 млрд. в редуцированной модели прогноз нередуцированной модели отстает на 138,5млн., что соответствует 1,73 %.

2. Временные интервалы достижения рубежных значений заметно различаются. Так, достижение рубежа в 8 млрд. в редуцированной модели следует ожидать уже в первой половине 2024 года, то есть с опережением прогноза нередуцированной модели почти на 1,7 года. Достижение уровней 9 млрд. и 10 млрд. идет с опережением почти на 9 лет и 22,6 года, соответственно.

3. Поскольку предельное значение численности населения K фиксировалось, при стремлении N к K наблюдается сильное снижение скоростей роста и разрыв между прогнозами моделей, естественно, убывает.

Таблица 2

Результаты расчетов для моделей (1) и (5)

Дата	Результаты расчета N_c (млрд.) $\lambda \approx 0,15001422(1/\text{год})$ $K=10,565058$ млрд. $t_{02} = 2018$				Результаты расчета N_c (млрд.) $\delta K = 0,141075$ $K=10,565058$ млрд. $t_{01} = 1968,5$			
	α_c	Δt_r	N_c млрд.	$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}(\%)$	$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}(\%)$	α_c	Δt_r	N_c млрд.
2018	0,717171	0	7,576950	1,200	0,818	0,715250	48,5	7,556658
2019	0,725570	1	7,665689	1,113	0,791	0,721170	49,5	7,619203
2020	0,733573	2	7,750241	1,065	0,766	0,726670	50,5	7,677311
2021	0,741201	3	7,830832	1,005	0,741	0,732160	51,5	7,735313
2022	0,748474	4	7,907671	0,949	0,716	0,737650	52,5	7,793315
2023	0,755414	5	7,980993	0,897	0,693	0,742740	53,5	7,847091
2023,3	0,757213	5,27	8	0,884	0,687	0,744109	53,77	7,861555
2024	0,762039	6	8,050986	0,849	0,671	0,747820	54,5	7,900762
2025	0,768366	7	8,117831	0,805	0,649	0,752900	55,5	7,954432
2026	0,774413	8	8,181718	0,763	0,628	0,757600	56,5	8,004088
02044,9	0,851865	26,89	9	0,329	0,345	0,828002	75,39	8,747889
≈ 2054	0,873280	35,70	9,226254	0,241	0,264	0,851660	84,70	8,997837
2132,02	0,946516	114,02	10	0,043	0,053	0,936424	162,52	9,893374
≈ 2154	0,954434	136,8	10,083651	0,031	0,038	0,946540	186,3	10,000250

3. Обсуждение результатов и дополнительные динамические модели

Следует подчеркнуть, редуционный переход приводит к тому, что при $\alpha = \bar{\alpha} = 1/3$ максимального значения достигает скорость dN/dt , относительная же скорость $N^{-1}dN/dt$ имеет только тривиальный минимум при $\alpha = 1$. В связи с этим принципиальную роль играет наличие максимумов скорости роста dN/dt на интервале 1968–2004 гг. Действительно, наличие такого максимума (при некотором \bar{N} , соответствующем $\bar{\alpha}$) могло бы указывать на несколько вариантов его реализации. Во-первых, вся система испытала редуционный переход и вышла на более высокий предельный уровень $K_2 = 3\bar{N}$. Во-вторых, возникло смешанное состояние, когда для значимой части населения редуция произошла, и возможно развитие к новому пределу $K_2 = 3\bar{\alpha}$, тогда как для другой части редуция запоздала, и развитие происходит при стремлении к старому максимуму $K_1 = 3\bar{N} \approx 10,6$ млрд. В этом случае предельная численность будет зависеть от долевого вклада частей и принадлежать к интервалу между K_1 и K_2 . В-третьих, как уже отмечалось выше, в модели СО величина N представляется произ-

ведением $N_S n_S$ и, следовательно, как относительные скорости изменения, так и просто скорости, определяются значениями и скоростями изменения величин N_S и n_S . Обработка данных сайта (http://countrymeters.info/ru/World#historical_population) показывает, что в интересующем нас диапазоне (1968–2004 гг.) единственный максимум скорости роста приходится на 1986 год. Как видно из рис.1, на этот же год приходится и один из максимумов относительной скорости роста. Следовательно, верхняя граница для $K = K_2 \approx 3 \cdot 4.9 \cdot 10^9 = 14,7$ млрд., охарактеризованная в предыдущей работе как маловероятная (см. обсуждение в работе М.П. Кащенко и Н.М. Кащенко, (2017б)), вновь возникает, но уже в связи с возможными особенностями редуционного перехода.

Открывшееся обстоятельство делает анализ ожидаемых результатов роста населения особо интригующим. Дело в том, что эволюция весомой доли населения (или всего населения) к другому значению предельной численности (если такой сценарий реализуется) наверняка замедлит спад относительной скорости роста и увеличит прирост численности населения, не укладывающийся в рамки значений, приведенных в табл. 2. Разумеется, легко расширить эти рамки, задав новое значение K_2 . Однако сначала укажем еще одну формальную возможность редуционного перехода.

Заметим, что при редуционном переходе от модели (1) к (5) мы сохранили квадрат множителя Ферхюльста (Verhulst, 1838), введенного нами ранее (М.П. Кащенко, Н.М. Кащенко, 2017б) для отражения естественного равноправия действующих ресурсных ограничений на оба взаимодействующих w - и m - коллектива при половом способе размножения. Авторы считают именно этот вариант правильным. Тем не менее, редуцию от N^2 к N в правой части формулы (1) в соответствии с историей вопроса о введении ресурсных ограничений формально можно сопроводить, опуская один из двух множителей Ферхюльста, то есть, переходя к логистическому уравнению:

$$\frac{dN}{dt} = \lambda_1 N \left[1 - \frac{N}{K} \right], \quad \frac{d\alpha}{dt} = \lambda_1 \alpha [1 - \alpha], \quad \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \lambda_1 [1 - \alpha]. \quad (7)$$

Существенно, что в модели (7) максимуму скорости dN/dt соответствует значение $\bar{\alpha} = 1/2$. Следовательно, ассоциируя с величиной $\bar{\alpha}$ значение $N = 4,9$ млрд., достигнутое в 1986 г., для модели (7) естественно принять предельное значение численности населения $K_3 = 9,8$ млрд. Таким образом, при прогнозировании на основе модели (7) формально в качестве N_{max} необходимо брать значение K_3 . Тем не менее, учитывая инерционность динамической системы, в качестве допустимого варианта мы сохраним для модели (7) и значение K_1 , заданное предшествующим характером эволюции. Выполняя калибровку параметров модели (7) по данным для начала 2018 г. при двух значениях K_1 и K_3 , проводим расчеты, результаты которых для удобства сравнения представлены в табл. 3.

Из данных таблиц 2 и 3 очевидно, что для трех рассмотренных моделей роста с ресурсными ограничениями рост по логистическому закону является наибо́льшим. Особенно при выборе параметра K_1 : рубежи 8, 9 и 10 млрд. достигаются за 5; 19,3 и 45,8 лет, соответственно.

Рассмотрим, наконец, сценарии, допускающие, что после редуционного перехода численность населения стремится к более высокому предельному уровню $K_2 = 3\bar{N} \approx 14,7$ млрд. В первую очередь, это относится к модели (5). Однако, учитывая наличие максимума относительной скорости $N^{-1}dN/dt$ в 1986 г., можно было бы допустить (по крайней мере, формально), что система по некоторой причине сменила предельное значение численности с K_1 на K_2 , и рассмотреть прогноз в рамках исходной модели (1). Допустимо ли это предположение для системы как целого, легко проверить либо проводя калибровку по данным 1986 г. и сверяя прогноз с данными на начало 2018 г., либо проводя калибровку по данным для начала 2018 г. и находя совместимую с этой калибровкой относительную скорость роста в 1986 г. Нетрудно убедиться, что при первом

варианте калибровки (даже при исключении упоминавшегося узкого пика) для 2018 г. получаются результаты, существенно превышающие наблюдаемые. Это неудивительно, так как при обратной калибровке для относительной скорости в 1986 г. получаем $\approx 1,48\%$, существенно меньшие не только $2,24\%$ (при учете пика), но и данных $1,82-1,85\%$ (без учета пика).

Таблица 3

Результаты расчетов для модели (7)

Результаты расчета N_c (млрд.) $\lambda_1 \approx 0,05290026(1/\text{год})$ $K_3=9,8$ млрд. $t_{02} = 2018$ г.				Результаты расчета N_c (млрд.) $\lambda_1 \approx 0,04242846(1/\text{год})$ $K_1=10,565058$ млрд. $t_{02} = 2018$ г.			
α_c	Δt_r (год)	N_c млрд.	$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}(\%)$	$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}(\%)$	α_c	Δt_r (год)	N_c млрд.
0,773158	0	7,576950	1,2000	1,2000	0,717171	0	7,576950
0,782302	1	7,666560	1,1516	1,1638	0,725697	1	7,667033
0,791176	2	7,753525	1,1047	1,1283	0,734062	2	7,755404
0,799782	3	7,837864	1,0592	1,0935	0,742262	3	7,842038
0,808118	4	7,919556	1,0151	1,0595	0,750295	4	7,926909
0,816188	5	7,980993	0,9724	1,0261	0,758159	5	8,009997
0,823992	6	8,050986	0,9311	0,9934	0,765853	6	8,091281
0,831533	7	8,117831	0,8912	0,9615	0,773376	7	8,170758
0,838814	8	8,220377	0,8527	0,9303	0,780726	8	8,248415
0,918473	22,6	9,001035	0,4313	0,6285	0,851865	19,3	9
0,969487	42,2	9,500973	0,1614	0,2269	0,946516	45,8	10

Таблица 4

Результаты расчетов для модели (5) при $K_2=14,7$ млрд.

Результаты расчета N_c (млрд.) $\lambda \approx 0,05110741674(1/\text{год})$ $K_2=14,7$ млрд. $t_{02} = 2018$ г.				
Даты	$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}(\%)$	α_c	Δt_r (год)	N_c млрд.
2018	1,2000	0,515439	0	7,576950
2019	1,1698	0,521582	1	7,667255
2020	1,1403	0,527641	2	7,755404
2021	1,1117	0,533616	3	7,844155
2022	1,0838	0,539505	4	7,930723
2023	1,0566	0,545309	5	8,016042
2024	1,0302	0,551029	6	8,100126
2025	1,0045	0,556663	7	8,182946
2026	0,9795	0,562212	8	8,264516
2035,9	0,7667	0,612669	17,9	9,006234
2052,5	0,52108	0,680690	34,5	10,006143
2112,2	0,17222	0,816429	94,2	12,001506
2446,5	0,01156	0,952444	428,5	14,000927

Поэтому, приведем лишь прогноз для модели (5), представленный в табл. 4 при калибровке параметров по данным на начало 2018 г. и параметре $K_2 = 14,7$ млрд. Заметим, что при таком значении K_2 нет оснований для использования логистической модели (7).

Сопоставление данных табл. 2-4 показывает, что уже в ближайшей перспективе (в ходе приближения к рубежной численности 8 млрд.) путем сравнения расчетных и наблюдаемых данных можно будет провести выбор между редуцированными и нередуцированной моделями (скорее всего, в пользу редуцированных моделей). В то же время на коротком промежутке около 5 лет достаточно сложно отдать предпочтение одному из прогнозов, относящихся к редуцированным моделям. Однако приближение к рубежу 9 млрд. позволит отобрать модель, наиболее адекватную наблюдаемой динамике численности населения. Разумеется, авторы не ориентируются на пассивное ожидание итогов эволюции численности населения, поэтому теоретический анализ будет продолжен.

Заключение

Выполненный анализ показал, что имеются основания для утверждения о существовании редуccionного перехода (возможность которого, по сути, была предсказана нами ранее), требующего внесения изменений в модель описания роста населения Земли.

Приведенные прогнозы численности населения в рамках редуцированных моделей позволяют надеяться на повышение их точности. Прежде всего, представляет интерес сопоставление результатов прогнозов редуцированных моделей с реальными численностями населения и ежегодными темпами роста в ближайшем десятилетии.

В отсутствие каких-либо новых факторов, кардинально влияющих на динамику системы, можно ожидать соответствия между наблюдаемыми и прогнозируемыми данными порядка (или даже в пределах) 0,1 %. Подобное соответствие не только подтвердило бы факт редуccionного перехода, но и позволило бы осуществить отбор важнейшей характеристики – предельной численности населения.

В частности, будет получен ответ на вопрос, наследуется ли значение $K \approx 10,6$ млрд., с которым связана эволюция системы до редуccionного перехода, в качестве предельной величины численности населения и после редуccionного перехода.

Список использованной литературы

Кащенко М.П., Кащенко Н.М. Сферы общения и скорость роста населения // Эко-потенциал. 2017а. № 4 (20). С. 112-119.

Кащенко М.П., Кащенко Н.М. Оценки численности населения Земли в феноменологических моделях с двумя параметрами // Эко-потенциал. 2017б. № 4 (20). С. 120-129.

Verhulst P.F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement // Correspondance mathématique et physique. 1838. Vol. 10. P. 113-121.

Рецензент статьи: доктор физ.-мат наук, профессор кафедры физики УГЛТУ, профессор кафедры высшей математики Института фундаментального образования УрФУ Чащина Вера Геннадиевна.